A Linguagem do Quadrado

Simão Palmeirim Costa e Pedro J Freitas

Este texto foi originalmente publicado em Cine Qua Non #8, Summer/Fall 2014,
Centro de Estudos Anglísticos da Universidade de Lisboa, pp. 160-173.

A Linguagem do Quadrado

Nascido em São Tomé e Príncipe em abril de 1893, José de Almada Negreiros vem viver desde cedo para Lisboa. Artista multifacetado, é figura incontornável da cultura portuguesa do século XX, tanto nas artes plásticas como na literatura. Faz parte do grupo de *Orpheu* (composto pela nova geração literária do início do século) e, assumindo-se na época como futurista, torna clara a sua vontade de rutura com as tradições académicas. Deixa um legado plural que vai da poesia à pintura, passando pelo teatro, conferências, ou obras públicas que incluem decorações murais, frescos, vitrais e tapeçarias.

Almada é, com Amadeo de Souza-Cardoso e Santa-Rita Pintor, um dos grandes impulsionadores da arte moderna em Portugal. A abstração foi ganhando espaço e importância na sua obra ao longo do tempo, mas desde muito cedo a geometria foi uma paixão assumida por este autor (nomeadamente na análise e compreensão da pintura portuguesa antiga).

Motivado pela procura de um cânone, que perpassasse manifestações artísticas variadas ao longo dos tempos, Almada dedicou-se durante décadas à investigação sobre geometria. Esta busca incessante teve consequências evidentes na sua produção plástica e a sua última obra é prova disso mesmo. Finalizada em 1969 (um ano antes da sua morte), *Começar* é um baixo relevo com cor inciso na parede do átrio da Fundação Calouste Gulbenkian em Lisboa e reúne, de forma antológica, numa composição de dimensões impressionantes (cerca de 2 por 13 metros), muitas das suas propostas a este respeito.

O espólio de Almada Negreiros tem vindo a ser alvo de inventariação e análise por parte de uma equipa multidisciplinar que inclui investigadores das áreas da literatura, artes plásticas, história e matemática[1]. Neste contexto é possível revelar aqui algum do trabalho realizado sobre os desenhos que a seguir apresentamos, até aqui desconhecidos.

As peças analisadas, provavelmente da década de sessenta, fazem parte de uma coleção genericamente designada pelo autor como "Linguagem do Quadrado". Consiste numa séria de cinquenta e dois desenhos em papel (todos com 63 x 45 cm) a lapiseira, tinta, marcador e esferográfica. Inclui ainda esboços e citações (de Aristóteles e Vitrúvio entre outros) e aquilo que parece ser uma primeira página deste conjunto, na qual se lê:

> Relação 9/10: linguagem do quadrado
>
> A divisão simultânea do círculo e do quadrado é a origem simultânea de
> - grau (relação 9/10)
> - proporção contínua (média e extrema razão)
> - prova dos nove (Geometria é anterior à Aritmética – Aristóteles)

Nestes desenhos parte-se em geral de um quadrado com um quarto de circunferência inscrito — abreviadamente, um *quadrante* — ou de um retângulo

---

[1] Trabalho realizado no âmbito do projeto *Modernismo online* (www.modernismo.pt), da Faculdade de Ciências Sociais e Humanas da Universidade Nova de Lisboa, financiado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia, que procura reunir e arquivar, em formato digital, a herança material do modernismo português.

formado por duas destas figuras. Obtêm-se a partir daí vários elementos geométricos considerados por Almada como sendo *canónicos*, como por exemplo a divisão da circunferência em partes iguais, ou a razão de ouro. Esta presença da matemática justifica-se pela natureza do programa que o autor se coloca: descobrir e revelar o cânone subjacente a toda a arte e que, nas suas palavras, "não é obra do homem, é a captação que o homem pode da imanência. É o advento inicial da luz epistemológica"[2]. A matemática presta-se particularmente bem a este projeto, dado que as suas construções são abstratas e genéricas, não estando ligadas a períodos artísticos específicos.

Para além das divisões da circunferência em partes iguais, Almada apresenta também construções de retângulos com proporções definidas, como por exemplo o retângulo de ouro. Uma maneira simples de descrever estes retângulos é dar o quociente entre as medidas dos seus lados. Assim, designaremos por "retângulo 2" um retângulo formado por dois quadrados (um dos lados fica sendo o dobro do outro), ou por "retângulo Φ" o retângulo de ouro.

Os cinco desenhos escolhidos são representativos destas construções, apresentando alguma diversidade, e em vários casos uma inesperada simplicidade, no modo como as medidas são obtidas. Para além de Φ, aparece também o seu dobro $2\Phi = 1 + \sqrt{5}$, além de divisões da circunferência em 5, 7, 9, 10 e 14 partes iguais. Estes números têm a ver com elementos que Almada considerava canónicos, contidos nas expressões "pintar o sete (provérbio português)" e "relação nove-dez"[3], cuja interpretação não é linear.

Existem limitações matemáticas conhecidas para estas construções. Sabemos que a 5ª e a 10ª partes da circunferência, bem como os retângulos Φ e $\sqrt{5}$ podem ser determinados de forma exata com régua não graduada e compasso, ao passo que a 7ª e a 9ª partes da circunferência não são determináveis por este meio. Isto resulta de um famoso teorema de Gauss.[4]

Assim, algumas destas construções são matematicamente exatas, outras são aproximações (algumas com um erro surpreendentemente pequeno), não fazendo Almada nenhuma distinção entre as exatas e as aproximadas. Isto é revelador do seu método de trabalho, de pesquisa geométrica (que sabemos intensa), desenhando diretamente sobre o papel, característico de uma formação artística e não científica. A este propósito o próprio afirma "Sou da gente da arte."[5]

Antes da análise individual de cada desenho, chamamos a atenção para alguns elementos comuns:

- Todas as grandezas descritas nos desenhos são proporções, isto é, são independentes da medida considerada para o lado do quadrado.

---

[2] *Assim Fala Geometria*, 1960 (*Diário de Notícias*, 16 de junho).

[3] *Assim Fala Geometria*, 1960 (*Diário de Notícias*, 30 de junho).

[4] O teorema afirma que é possível dividir a circunferência em n partes iguais com régua não graduada e compasso se e só se

$$n = 2^k p_1 \dots p_t$$

em que $p_1, \dots, p_t$ são primos de Fermat, distintos dois a dois (um primo de Fermat é um primo da forma $2^m + 1$).

[5] *Assim Fala Geometria*, 1960 (*Diário de Notícias*, 30 de junho).

- Em geral as linhas azuis e laranja servem de base à construção, seguindo-se as amarelas, verdes e vermelhas, embora cada caso tenha especificidades.
- A circunferência que serve de base à divisão em partes iguais será sempre a circunferência laranja.

No desenho **591**[6] encontramos a divisão da circunferência em 5 e 10 partes e a razão de ouro Φ.

Dividindo o quadrado verticalmente pela sua mediatriz, tira-se a diagonal ascendente do retângulo à esquerda. Quando esta interseta a circunferência original, obtemos um ponto que, unido ao canto inferior direito do quadrado (ponto O do desenho), servirá para definir o primeiro segmento amarelo. O ponto em que este interseta o lado superior do quadrado permite desenhar um arco de circunferência (com centro em O). Aqui surge a quinta parte da circunferência (assinalada com 5 no desenho). O mesmo arco define um segmento horizontal e um vertical que permitem desenhar novo arco de circunferência, a partir do qual surge a décima parte da circunferência.

As linhas amarelas ortogonais definem dois retângulos cuja interseção das diagonais está marcada com Φ, forma usada pelo autor para indicar que são dois retângulos de ouro.

A quinta e a décima partes da circunferência, tal como os dois retângulos de ouro, são exatos, sendo determinados por uma única construção geométrica muito simples mas atípica, desenvolvida a partir da *linguagem do quadrado*.

No desenho **590** encontramos a divisão da circunferência em 9 e 10 partes (inexatas), e retângulos Φ e $\sqrt{5}$ (exatos).

Dividindo o quadrado horizontalmente pela sua mediatriz, desenha-se a diagonal ascendente da parte superior. O arco de circunferência que tem por raio esta diagonal transporta a medida da mesma para o lado superior do quadrado. O segmento vermelho desenhado a partir deste ponto é a diagonal de um retângulo $\sqrt{5}$ (assinalado no desenho). O mesmo ponto serve ainda o pequeno arco de circunferência, com centro no canto superior esquerdo do quadrado, que transporta a medida para o lado esquerdo do quadrado. Este novo ponto permite desenhar, também a vermelho, a diagonal de um retângulo Φ. As relações que estas linhas vermelhas apresentam são exatas, mas isso não acontece com os pontos obtidos a partir das mesmas, assinalados com 9 e 10. Se a divisão da circunferência em nove partes daria um valor de 40° e em dez de 36°; os valores obtidos pelo autor são de 40,28° e 35,75°, respetivamente. Note-se que o grau é já uma parte muito pequena da circunferência (1/360) e os erros são da ordem da décima de grau.

Nestes dois desenhos há duas propostas de determinação de um retângulo Φ e da divisão da circunferência em dez partes, ambas simples mas muito diferentes.

No desenho **598** encontramos a divisão da circunferência em 9, 10 e 14 partes – a nona e a décima quarta são impossíveis de determinar segundo o teorema de Gauss já referido, sendo portanto aproximações. A décima parte é

[6] A numeração do desenho diz respeito à sua referência de inventário, ANSA-A-591.

exata. Este é o único desenho em que as marcações das medidas propostas não se encontram sobre a circunferência.

O ponto *a* determina-se com uma sequência de três arcos de circunferência. Dividindo o quadrado verticalmente pela sua mediatriz, desenha-se a diagonal descendente da parte direita, cuja medida é transportada para a mediatriz. O segundo arco, com centro no ponto médio do lado inferior do quadrado, transporta uma pequena medida da mediatriz para esse lado. O último arco tem centro em *o* e a sua interseção com a mediatriz dá-nos o ponto *a*. Este é o ponto de origem dos três segmentos *ac*, *ao* e *ab*, cordas da nona, décima e décima quarta partes da circunferência, respetivamente. Considerando que o lado do quadrado tem 20 cm no desenho original, os comprimentos são:

$$ac = 13{,}68099 \text{ cm} ; \quad ao = 12{,}36068 \text{ cm} ; \quad ab = 8{,}81966 \text{ cm}.$$

As diferenças para os comprimentos reais de *ac* e *ab* são respetivamente 0,000185 cm e 0,081177 cm – atente-se à aproximação da primeira medida, que é de uma décima de milésima em vinte unidades. É impressionante verificar como são obtidas com uma construção geométrica tão simples!

No desenho **595** encontramos, em dois quadrantes, a divisão da circunferência em 10 e retângulos Φ e $\sqrt{5}+1$ (que é 2Φ). Todas estas medidas são determináveis de forma exata apesar de as construções propostas pelo autor serem aproximadas.

A circunferência menor (amarela) é fundamental para todos os traçados propostos. Determina-se começando por intersetar a diagonal do primeiro quadrante com a circunferência laranja. Este ponto é então transportado para o lado superior do quadrado, definindo o raio da circunferência.

De *o’* tira-se a linha verde ascendente até ao extremo direito da circunferência amarela. Esta linha está assinalada como tendo declive Φ, mas com um erro de cerca de 0,001. A outra marcação de Φ presente no desenho é simétrica, portanto tem declive simétrico.

Do ponto de interseção da primeira linha Φ com a linha que separa os dois quadrantes tira-se uma vertical que interseta os lados superior e inferior do retângulo maior. Destas interseções, com centro em *o* e *o’*, tiram-se dois arcos de circunferência que determinam os pontos 10 e 10’, também simétricos e com erro de cerca de quatro centésimas de grau, o que, como já referido, é desprezável em termos de traçado.

A interseção da linha que une o ponto extremo direito da circunferência amarela ao ponto médio do lado esquerdo do retângulo maior com o lado direito desse mesmo retângulo permite tirar a linha horizontal amarela. Esta parece passar pelo ponto 10 – na verdade passa a 0,02 cm, considerando, como habitualmente, que o lado dos quadrados mede 20 cm. Esta horizontal permite identificar duas diagonais assinaladas com declive $\sqrt{5}+1$, que são geometricamente iguais e o seu declive tem um erro de aproximadamente 0,01.

A diagonal descendente assinalada com $\sqrt{5}+1$ tem o dobro do declive da diagonal descendente assinalada com Φ, tendo assim também o dobro do erro (0,002), estando mais próximo do valor real que as diagonais ascendentes.

No desenho **596** encontramos, em dois quadrantes, dois retângulos Φ e $\sqrt{5}$, ambos construídos de forma exata.

Comecemos a partir da diagonal descendente da metade superior do quadrante inferior (a amarelo). A sua interseção com a semicircunferência laranja menor conduz uma segunda linha amarela, ascendente, que interseta o lado direito do retângulo maior. A distância desta interseção à mediatriz do lado direito do quadrante inferior está assinalada no desenho explicativo por a, medida que se repete nos locais assinalados. Ainda neste desenho, a circunferência laranja maior tem centro em O e determina o ponto P, de onde tiramos as diagonais verdes assinaladas com $\sqrt{5}$ e Φ. A diagonal ascendente assinalada com Φ é simétrica a esta última em relação ao raio horizontal da semicircunferência laranja maior. Há ainda uma terceira diagonal assinalada com Φ, tirada a partir de O, esta é paralela à primeira que referimos, portanto de igual declive. As três medidas de Φ são exatas, bem como a de $\sqrt{5}$.

Vale a pena ainda referir duas coincidências. A tracejado vermelho no desenho explicativo chama-se a atenção para uma linha desenhada a lápis no original que faz uma tripla interseção com duas outras diagonais. No quarto superior do retângulo maior, do lado direito, há uma quádrupla interseção, entre duas diagonais (a azul) e dois arcos de circunferência (a amarelo e laranja).

Tal como referimos, estas análises fazem parte de um trabalho de inventariação, ainda em curso, sobre obras que Almada produziu a partir de meados dos anos cinquenta. A sua busca pelo cânone envolveu pesquisas geométricas e aritméticas de princípios que o autor entendia serem subjacentes a toda a arte. Estas propostas são muito interessantes do ponto de vista matemático pela sua simplicidade e por estabelecerem relações inesperadas entre conceitos aparentemente díspares. Artisticamente, para além do programa de pesquisa geométrica, deram origem a peças de valor notável, formando um conjunto invulgar (talvez único) de obras de conteúdo quase estritamente matemático, em simbiose com uma proposta assumidamente estética.

Simão Palmeirim Costa
Membro do CIEBA, Centro de Investigação e de Estudos em Belas-Artes
Faculdade de Belas Artes da Universidade de Lisboa

Pedro J Freitas
Membro do CELC, Centro de Estruturas Lineares e Combinatórias e do Departamento de Matemática
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa